

Equation du temps : le calcul de l'obliquité

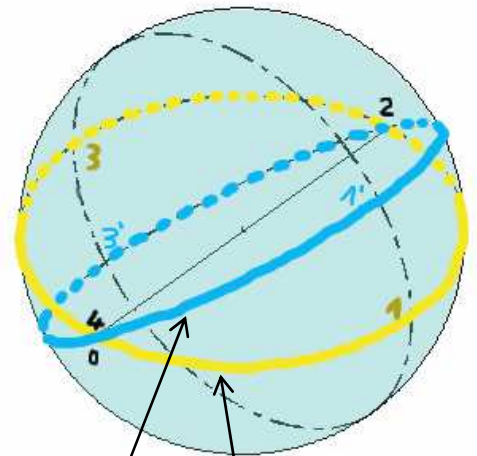
Visualisation des points de décalage nul

Les 2 rotations qui sont d'axe différents (obliquité), mais qui ont même période se compensent totalement sur un tour. En effet, quel que soit le trajet choisi on parcourt un périmètre d'une même sphère.

Sur la moitié du chemin (point 2), on se retrouve également au même endroit en ayant parcouru de chemins différents mais de longueur identique

Sur le quart du chemin (point 1 et 1'), on se retrouve à des points différents, mais qui se situent sur le même méridien. Le décalage sera donc aussi nul au bout de 90° et respectivement au bout de 270°.

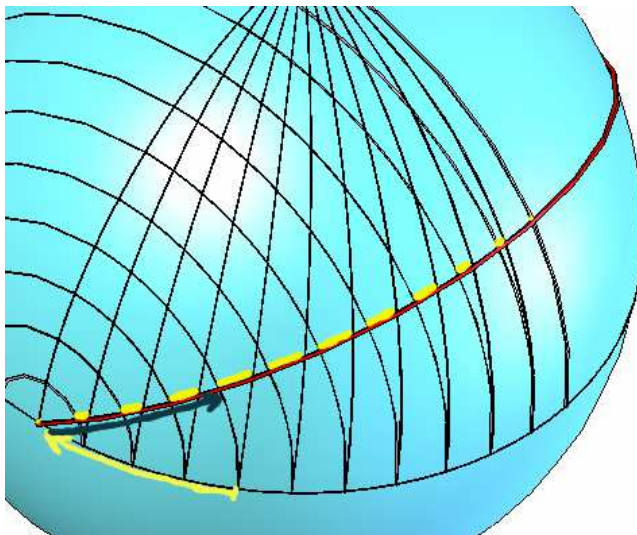
De façon étonnante, le décalage s'annule donc bien 4 fois dans l'année.



Rotation dans le plan équatorial

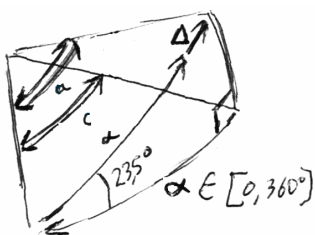
Rotation inverse dans le plan de l'écliptique

Visualisation du décalage



En traçant un faisceau de méridiens identifiant le passage au midi solaire et un faisceau de cercles « concentriques » définissant des iso distances, donc des chemins parcourus à intervalle de temps constant, on identifie aisément que la rotation de la terre prend du retard au début du cadran, puis le récupère à la fin du cadran puisque l'on revient en coïncidence sur le même méridien à 90°. Lors de la redescente vers l'écliptique, on prendra de l'avance cette fois-ci, qui finira elle aussi par s'annuler au bout de 90°.

Calcul du décalage



$$\begin{aligned} c &= \alpha \\ a &= \alpha + \Delta \\ B &= 23,5^\circ \end{aligned}$$

$$\cos B = \frac{\tan c}{\tan a}$$

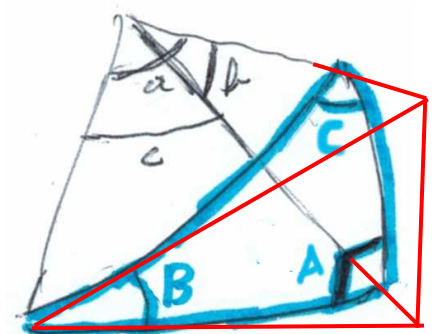
$$\tan a = \tan c / \cos B$$

$$a = \tan^{-1}(\tan c / \cos 23,5)$$

$$\Delta = \tan^{-1}(\tan a / \cos 23,5) - \alpha$$

Ce calcul est finalement relativement simple, il n'a pas été nécessaire de calculer l'angle b qui varie de 0 à 23,5°.

Le triangle rectangle sphérique



$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin a} &= \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \\ \cos a &= \cos b \cos c = \cot g B \cot g C \\ \sin b &= \sin a \sin B = \cot g C \operatorname{tg} c \\ \sin c &= \sin a \sin C = \cot g B \operatorname{tg} b \\ \cos C &= \sin B \cos c = \cot g a \operatorname{tg} b \\ \cos B &= \sin C \cos b = \cot g a \operatorname{tg} c \end{aligned}$$

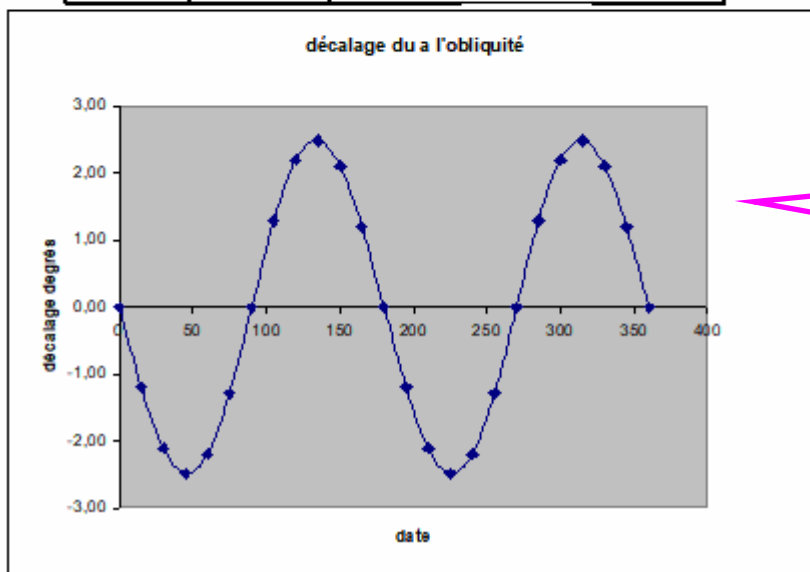
Résultats : tracé de la courbe.

obliquité	date	t	décalage θ-t	décalage en min
23,5		en degrés de rotation autour du soleil	/360 x 24 x60	
Une révolution autour du soleil de 360 degrés	équinoxe prin	0	0,00	0
		15	-1,19	
		30	-2,10	
		45	-2,48	-9,91
		60	-2,19	
	solstice été	75	-1,29	
		90	0,00	0,00
		105	1,29	
		120	2,19	
		135	2,48	9,91
	équinoxe aut	150	2,10	
		165	1,19	
		180	0,00	0,00
		195	-1,19	
		210	-2,10	
	solstice hiv	225	-2,48	-9,91
		240	-2,19	
		255	-1,29	
		270	0,00	0,00
		285	1,29	
		300	2,19	
		315	2,48	9,91
		330	2,10	
		345	1,19	
		360	0,00	0

Une valeur de 23,437° aurait été préférable.

Le décalage maxi est de 9,9min cela intervient au milieu des solstices et équinoxes.

Le décalage est nul aux solstices et équinoxes (en ne tenant pas compte de l'ellipticité).



La courbe est tracée à l'origine de l'équinoxe de printemps.

Résultats : tracé de la courbe, calcul du décalage maximum.

$$\Delta = \left[\tan^{-1} \left(\frac{1}{\tan 23,5} \right) - 45^\circ \right] \frac{24 \times 60}{360} = 9,9 \text{ min}$$

Attention, il n'est pas certain que les 2 phénomènes obliquité et ellipticité s'additionnent exactement, de plus l'ellipticité décale les points d'équinoxe.